

# Opérateurs produits

**Exercice 1.**

L'aimantation d'équilibre d'un échantillon est soumise à l'action d'une impulsion de radiofréquence d'angle de nutation  $\alpha$  et de phase  $\varphi$  nulle.

Calculer dans le référentiel tournant les coordonnées du vecteur aimantation juste après l'impulsion.

Pour un noyau d'offset  $\Omega_0$  (en  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ), que deviennent ces coordonnées après  $t$  secondes d'évolution libre ? Les calculs seront effectués soit géométriquement soit à l'aide du formalisme des opérateurs cartésiens.

Donner l'expression du signal de FID  $s(t)$  en tenant compte de la relaxation et des inhomogénéités du champ  $B_0$ .

Répondre aux mêmes questions pour une impulsion de phase  $\varphi$  quelconque.

**Exercice 2.**

On considère un système de deux noyaux couplés  $I$  et  $S$ .

Ecrire l'expression de l'opérateur d'évolution libre de ce système. Tracer l'évolution des états  $I_{x,y,z}$  et  $2I_{x,y,z}S_{x,y,z}$  sous l'action de cet opérateur pendant un temps  $t$ .

Calculer la FID correspondante et le spectre associé, s'il y a lieu.

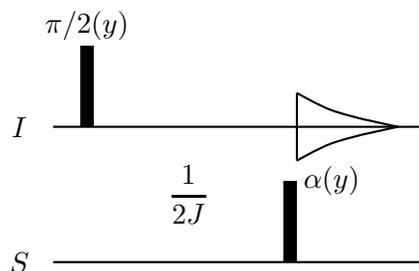
Justifier la nomenclature usuelle des états.

**Exercice 3.**

La séquence suivante est appliquée à système hétéronucléaire de deux spins  $I$  et  $S$  couplés. Pour simplifier, on considèra d'abord que  $\Omega_I = 0$ .

Comment le signal observé varie-t-il en fonction de l'angle  $\alpha$  ?

Quelle est l'application pratique de cette séquence ?



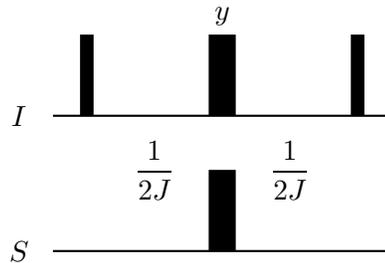
**Exercice 4.**

On considère un système hétéronucléaire de deux noyaux couplés  $I$  et  $S$ . Tracer les trois séquences d'écho de spin possibles.

Donner dans chaque cas l'expression de l'opérateur d'évolution réduit qui lui est associé et indiquer comment il s'utilise.

**Exercice 5.**

La séquence BIRD



est appliquée à l'aimantation d'équilibre d'un système  $IS$  couplé.

Comment est transformée l'aimantation initiale du noyau  $I$  ?

Répondre à la même question pour un noyau  $I$  isolé soumis à la même séquence.

Quel est l'intérêt de cette séquence ?

**Exercice 6.**

Un système de spins homonucléaire  $IS$  est soumis à une impulsion d'excitation sélective d'angle  $\pi/2$  sur le noyau  $I$ . Le système est ensuite soumis à un train d'impulsions de refocalisation de durée  $t$ . On considère que l'opérateur qui agit alors sur le système de spins s'écrit

$$\mathcal{H}^{\text{iso}} = \pi J(2I_x S_x + 2I_y S_y + 2I_z S_z).$$

Déterminer l'état du système à la fin de cette séquence de mélange isotrope.

Combien faut-il de temps pour transférer l'aimantation de  $I$  vers un maximum d'aimantation en phase de  $S$  ?

**Exercice 7.**

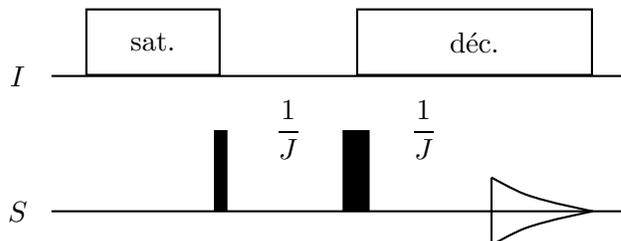
Ecrire l'opérateur d'évolution libre d'un système de trois spins  $I$ ,  $S$  et  $L$  couplés deux à deux.

Comment évoluent les états  $I_x$ ,  $2I_x S_z$  et  $4I_x S_z L_z$  pendant le temps  $t$  ?

Quel est l'opérateur réduit correspondant à une séquence d'écho de spin où seule l'aimantation du noyau  $I$  est refocalisée ?

**Exercice 8.**

La séquence d'impulsions de l'expérience "J-modulée"



est appliquée à un système de spins  $I_n S$  ( $n = 1, 2$  ou  $3$ ) où les  $n$  spins  $I$  sont équivalents et sont couplés à  $S$  avec la constante  $J$ .

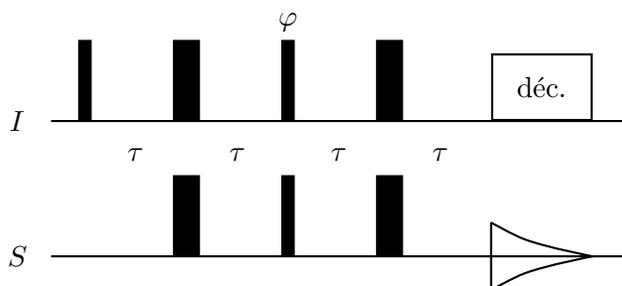
Ecrire la succession des transformations qu'il faut appliquer à l'état initial du système pour trouver son état juste avant l'acquisition.

Simplifier cette liste en utilisant le concept d'opérateur réduit.

En déduire pourquoi le signe des pics spectraux dépend de la parité de  $n$ .

**Exercice 9.**

La séquence INEPT complète (refocalisée) s'écrit :



Les impulsions étroites et larges sont respectivement d'angle  $\pi/2$  et  $\pi$ . Leur phase vaut  $x$  sauf indication contraire.

avec  $\tau = 1/4J$ , où  $J$  est la constante de couplage des noyaux  $I$  et  $S$ .

Quelle doit être la valeur de la phase  $\varphi$  pour que le transfert d'aimantation de  $I$  vers  $S$  soit le plus efficace possible?

Quels sont les rôles du premier et du second écho de spin?

Quel est l'intérêt de cette séquence?

Voir aussi : [www.univ-reims.fr/LSD/JmnSoft/livre.pdf](http://www.univ-reims.fr/LSD/JmnSoft/livre.pdf)